بررسی آماری مقدار انرژی تولیدشده از مبدل پیزوالکتریک متصل به پل*

رضا فتحی[۱]   میرمحمد اتفاق[۲]

چکیده *یکی از روش‌های جدید برای تأمین انرژی سیستم‌های پایش سلامت پلها استفاده از انرژی مکانیکی است. در این روش با استفاده از مبدل پیزوالکتریک، انرژی ناشی از ارتعاشات پل به الکتریسته تبدیل می‌شود. مزیت این روش عدم نیاز به تعویض یا شارژ باتری سیستم پایش سلامت می‌باشد. در تحقیقات پیشین، مطالعاتی بر روی تولید انرژی از ارتعاشات پلها انجام شده است ولی تحقیقی در زمینهٔ بررسی آماری مقدار انرژی تولیدشده با در نظر گرفتن نامعینی در نوع و خواص خودروهای عبوری از روی پل انجام نشده است. بنابراین در این مقاله، مقادیر آماری ولتاژ تولیدشده بعد از مدل‌سازی مناسب پل-وسیلهٔ نقلیه و برداشت‌کنندهٔ انرژی در حضور تمامی نامعینی‌های موجود در وسیلهٔ نقلیه با استفاده از روش مونت‌کارلو، استخراج شده است.*

واژه‌های کلیدی پیزوالکتریک; ارتعاشات پل- خودرو; آنالیز نامعینی; شبیه‌سازی مونت‌کارلو.

Statistical Analysis of Piezoelectric Energy Harvesting in the Bridge Systems

R. Fathi   M.M Ettefagh

Abstract *One of the new methods for electrical powering of the bridge health monitoring systems is applying energy harvesting systems using bridge vibration. In this method, the piezoelectric material is employed for converting mechanical energy into electrical energy. The advantage of this method is based on not implementing the battery charging system. In previous research, some studies have been done on the energy harvesting from vibration of bridges. However, research on statistical analysis of produced power with considering uncertain vehicle type and specifications has not been conducted. Therefore in this paper, after modelling the bridge-vehicle-piezoelectric system with complete vehicles uncertainties, the statistical analysis of produced voltage are carried out by Monte-Carlo simulation.*

Key Words Piezoelectric; Vehicle-Bridge Vibration; Uncertainties Analysis; Monte-Carlo Simulation.

★تاریخ دریافت مقاله ۹۳/۹/۲ و تاریخ پذیرش آن ۹۴/۴/۲۹ می‌باشد. DOI: 10.22067/fum-mech.v28i1.41606

(۱) دانشجوی دکترای مهندسی مکانیک، دانشکدهٔ فنی مهندسی مکانیک، دانشگاه تبریز.

(۲) نویسندهٔ مسئول: دانشیار گروه مهندسی مکانیک، دانشکدهٔ فنی مهندسی مکانیک، دانشگاه تبریز ettefagh@tabrizu.ac.ir

مقدمه

با توجه به اهمیت سازه‌هایی نظیر پل که وسایل نقلیه از روی آنها عبور می‌کنند پایش سلامتی آنها نه تنها از نظر جلوگیری از زیان‌های اقتصادی، بلکه برای حفظ جان انسان‌ها حائز اهمیت است. یکی از روش‌های کارآمد برای پایش سلامتی سازه‌هایی نظیر پلها استفاده از حسگرهای بی‌سیم است. همواره بحث تامین انرژی این حسگر بی‌سیم با مشکلاتی همراه بوده است. تامین انرژی به‌صورت مستقیم، با منبعی جداگانه مشکلاتی نظیر تعمیر و نگهداری سیستم‌ها را به‌همراه دارد. از طرفی دیگر استفاده از باتری‌ها هم با توجه به وزن زیاد، عمر محدودشان و هم‌چنین مشکل تعویض آنها در جاهای غیرقابل دسترس، مثل بدنهٔ پلها، همیشه امکان‌پذیر نیست. در سال‌های اخیر پشرفت‌های سریع در فن‌آوری‌های مدارهای کم‌مصرف الکترونیکی نظیر سنسورها و سیستم‌های بی‌سیم امکان استفاده از سیستم‌های مستقل را برای پایش سلامت سازه‌ها به‌وجود آورده است. سیستم‌های مستقل برای تأمین انرژی خود نیازی به منبع مستقل انرژی ندارند و انرژی مورد نیاز خود را از منابع انرژی محیطی مانند انرژی خورشیدی، انرژی باد و گرادیان حرارتی [1-3] تأمین می‌کنند. هر یک از این منابع انرژی ذکر شده نیز با مشکلاتی همراه است. به‌عنوان نمونه برای تأمین انرژی با استفاده از انرژی خورشیدی باید نور آفتاب به مدت طولانی به سلول خورشیدی بتابد که این کار همیشه امکان‌پذیر نمی‌باشد. از این‌رو پژوهشگران تحقیقات اخیر را به‌سوی ارائهٔ شیوه‌های جدید برای تأمین انرژی این سنسورها سوق داده‌اند. از جمله یکی از این روش‌ها استفاده از انرژی ناشی از ارتعاشات پل می‌باشد. در میان مکانیزم‌های مختلفی که برای تبدیل انرژی ارتعاشات به الکتریسیته وجود دارد از قبیل الکترومغناطیس، پیزوالکتریک و الکترواستاتیک، مکانیزم پیزوالکتریک به‌دلیل راحتی استفاده از آن و دارا بودن خاصیت ذاتی کوپلینگ، بیشترین توجه را به خود اختصاص داده است.

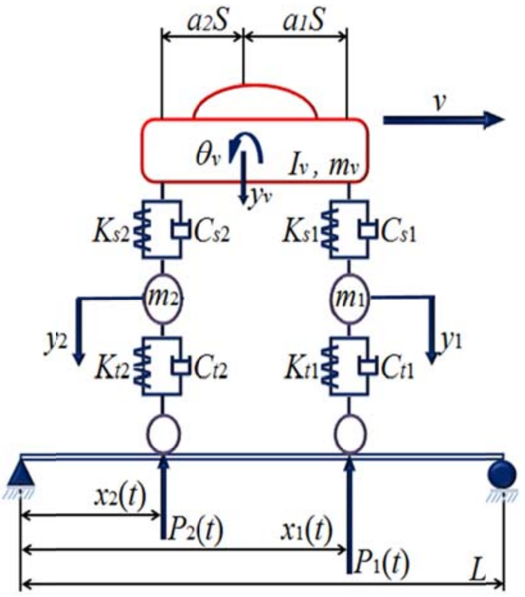
یکی از تحقیقات اولیه در مورد امکان‌سنجی برداشت انرژی از ارتعاشات پل توسط ویلیامز و همکارانش [4] انجام پذیرفته است. آنها ابتدا ارتعاشات دو پل بتنی در هنگام عبور خودروها را اندازه گرفتند و آن را ورودی تحریک مدل گسستهٔ یک درجه آزادی برداشت‌کننده انرژی در نظر گرفتند و مقدار توان خروجی آن را محاسبه کردند. ارتورک [5] سیستم پل- خودرو را به‌وسیلهٔ یک تیر با بار متمرکز متحرک مدل کرد و سپس با حل تحلیلی معادلات تیر، جابه‌جایی هر نقطه از آن را استخراج کرد. در ادامه مقدار ولتاژ تولیدشده را با توجه به جابه‌جایی تیر به‌وسیلهٔ مبدل پیزو را در دو حالت بررسی نمود. در حالت اول مبدل پیزو (تیر پوشیده شده از لایهٔ پیزو) را در جاهای مختلف مدل پل قرار داد و مقدار انرژی تولیدشده را به‌دست آورد. در حالت دوم با پوشش قسمتی از پل با پچ (patch) پیزو مقدار انرژی تولیدشدهٔ ناشی از نوسانات کرنش سطح پل را بررسی نمود. سانق [5] به بررسی تجربی امکان برداشت انرژی از ارتعاش پل و تبدیل آن به انرژی الکتریکی با استفاده از مواد پیزوالکترک پرداخت. او با اعمال بار با دامنه و فرکانس‌های مختلف روی تیر، مدل عبوری خودرو با وزن و سرعت‌های مختلف را شبیه‌سازی نمود و مقدار ولتاژ خروجی را اندازه‌گیری کرد. علی و همکارانش [7] با در نظر گرفتن پل به‌صورت یک تیر و با اعمال نیروی متحرک متمرکز روی تیر به امکان برداشت انرژی از ارتعاشات تیر پرداختند. آنها هم‌چنین به تعیین مکان بهینه برای برداشت حداکثری انرژی از ارتعاشات پل پرداختند. ژانگ و همکارانش [8] ابتدا معادلات کوپل شده حرکت سیستم پل- خودرو را استخراج نمودند و سپس با در نظر گرفتن ارتعاشات پل به‌عنوان نیروی تحریک تیر پیزو، به بررسی مقدار انرژی تولیدشده در اثر عبور کامیون از روی پل به‌ازای

سرعت‌های مختلف خودرو و چهار طول مختلف پل پرداختند. نتایج آنها نشان داد که توان خروجی مبدل برای پلها با طول دهانهٔ کوچک‌تر افزایش می‌یابد و هم‌چنین وسط پل بهترین مکان برای نصب مبدل برداشت انرژی است. کاهیل و همکاران [9] امکان برداشت انرژی از پل بر اثر عبور قطار را بررسی نمودند. آنها با در نظر گرفتن سرعت‌های مختلف برای قطار، مقدار انرژی تولیدشده را محاسبه کردند. دیویدسون و مو [10] در مقالهٔ مروری، گزارش کاملی از پیشرفت‌های اخیر در سال‌های ۲۰۰۸ تا ۲۰۱۳ را در زمینهٔ برداشت انرژی برای تأمین انرژی سیستم‌های پایش سلامت ارائه نمودند.

از مرور تحقیقات پیشین مشخص می‌شود که تاکنون تحقیقی در زمینهٔ تأثیر نامعینی پارامترهای مختلف خودرو مانند جرم، میرایی، سفتی سیستم تعلیق، ابعاد و سرعت خودروی عبوری از روی پل با ناهمواری‌های سطح جاده‌ای مختلف بر روی مقدار توان تولیدشده در اثر ارتعاش پل به‌طور هم‌زمان صورت نپذیرفته است؛ بنابراین در این مقاله با ارائهٔ مدل واقع‌بینانه‌تر یعنی در نظر گرفتن تمام نامعینی‌های خودروی عبوری، به بررسی آماری دقیقی بر روی مقدار توان تولیدشده پرداخته شده است. به‌علاوه در این بررسی، تأثیر نامعینی در نوع و یا کلاس خودرو نیز مورد مطالعه قرار گرفته است. بدین منظور سه کلاس مختلف سبک، نیمه‌سنگین و سنگین به‌صورت پارامترهای اتفاقی از خودروهای عبوری در نظر گرفته شده است. برای نیل به اهداف بالا، پل به‌صورت تیر دو سر مفصل اویلر-برنولی مدل و به‌کمک روش المان محدود، گسسته‌سازی شده است. وسیلهٔ نقلیه نیز به‌صورت مدل نیمه‌خودروی چهار درجه آزادی در نظر گرفته شده است و از تعریف استاندارد ISO [11] برای شبیه‌سازی ناهمواری سطح جاده استفاده شده است. در انتها مقادیر میانگین، واریانس و حد بالا و پایین خیز، سرعت، شتاب و ولتاژ مبدل پیزوالکتریک بر اثر عبور خودرو با خصوصیات و کلاس‌بندی اتفاقی به‌کمک نرم‌افزار MATLAB و روش شبیه‌سازی مونت‌کارلو به‌دست آورده شده و مقدار توان تولیدشده بر اثر این ارتعاشات محاسبه شده است.

تابع مدل‌سازی سیستم ارتعاشی پل- وسیلهٔ نقلیه

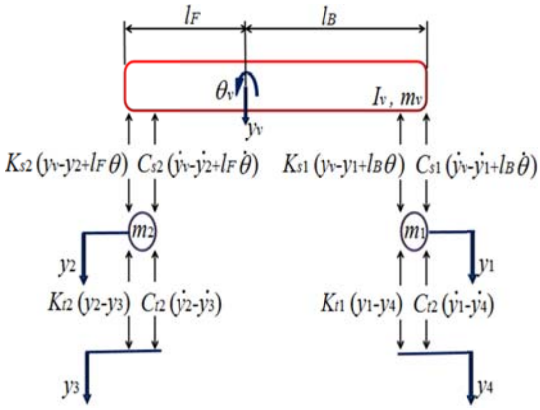
استخراج معادلهٔ حرکت خودرو. وسیلهٔ نقلیه‌ای که به‌صورت مدل نصف خودرو با چهار درجه آزادی که با سرعت ثابت v روی پل با تکیه‌گاه‌های ساده حرکت می‌کند، در شکل (۱) مدل شده است.



شکل ۱ سیستم پل- وسیلهٔ نقلیه

که جرم‌های فنربندی شده m_v، جرم فنربندی نشدهٔ m_1 و m_2، گشتاور لختی I_v، مقادیر سفتی K_s و K_t و میرایی C_s و C_t مربوط به سیستم تعلیق و تایرها، و مشخصات طولی خودرو a_1، a_2 و S در شکل نشان داده شده است.

دیاگرام آزاد مدل وسیلهٔ نقلیه شکل (۱)، به‌صورت شکل (۲) در نظر گرفته شده که در آن $a_1 S = l_B$ و $a_2 S = l_F$ می‌باشد.



شکل ۲ دیاگرام آزاد سیستم پل- وسیلهٔ نقلیه

چهار درجه آزادی این وسیلهٔ نقلیه شامل موارد حرکت عمودی y_1 جرم فنربندی نشده m_1، حرکت عمودی y_2 جرم فنربندی نشده m_2، حرکت عمودی y_v جرم فنربندی شده m_v (حرکت عمودی) و حرکت زاویه‌ای θ_v جرم فنربندی شده (حرکت کله‌زنی) می‌باشد. این سیستم ارتعاشی تابع تحریک پایه است که توسط جابه‌جایی‌های y_3 و y_4 تأمین شده است. همهٔ جابه‌جایی‌ها نسبت به وضعیت استاتیکی خود سنجیده می‌شوند و تغییر زاویهٔ θ_v کوچک فرض می‌شود. به‌کمک قانون دوم نیوتن معادلهٔ حرکت خودرو به‌صورت رابطهٔ (۱) به‌دست می‌آید [12]:

$$\begin{bmatrix} M_{V1} & 0 \\ 0 & M_{V2} \end{bmatrix}\ddot{Y}+\begin{bmatrix} C_{V11} & C_{V12} \\ C_{V21} & C_{V22} \end{bmatrix}\dot{Y}+\begin{bmatrix} K_{V11} & K_{V12} \\ K_{V21} & K_{V22} \end{bmatrix}Y=\begin{bmatrix} 0 \\ P(t) \end{bmatrix} \qquad (۱)$$

که پارامترهای رابطهٔ اخیر به‌صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$M_{V1}=\begin{bmatrix} m_v & 0 \\ 0 & I_v \end{bmatrix}, M_{V2}=\begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix}$$

$$C_{V11}=\begin{bmatrix} C_{s1}+C_{s2} & l_F C_{s2}-l_B C_{s1} \\ l_F C_{s2}-l_B C_{s1} & l_B{}^2 C_{s1}+l_F{}^2 C_{s2} \end{bmatrix}$$

$$C_{V12}=\begin{bmatrix} -C_{s1} & -C_{s2} \\ l_B C_{s1} & -l_F C_{s2} \end{bmatrix}$$

$$C_{V21}=\begin{bmatrix} -C_{s1} & l_B C_{s1} \\ -C_{s2} & -l_F C_{s2} \end{bmatrix}$$

$$C_{V22}=\begin{bmatrix} C_{s1}+C_{t1} & 0 \\ 0 & C_{s2}+C_{t2} \end{bmatrix}$$

$$K_{V11}=\begin{bmatrix} K_{s1}+K_{s2} & l_F K_{s2}-l_B K_{s1} \\ l_F K_{s2}-l_B K_{s1} & l_B{}^2 K_{s1}+l_F{}^2 K_{s2} \end{bmatrix}$$

$$K_{V12}=\begin{bmatrix} -K_{s1} & -K_{s2} \\ l_B K_{s1} & -l_F K_{s2} \end{bmatrix}$$

$$K_{V21}=\begin{bmatrix} -K_{s1} & l_B K_{s1} \\ -K_{s2} & -l_F K_{s2} \end{bmatrix}$$

$$K_{V22}=\begin{bmatrix} K_{s1}+K_{t1} & 0 \\ 0 & k_{s2}+K_{t2} \end{bmatrix}$$

$$C_t=\begin{bmatrix} C_{t1} & 0 \\ 0 & C_{t2} \end{bmatrix}, K_t=\begin{bmatrix} K_{t1} & 0 \\ 0 & K_{t2} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{P}(t)=\begin{bmatrix} (m_1+a_2 m_v)g \\ (m_2+a_1 m_v)g \end{bmatrix}- \begin{bmatrix} K_{t1}\left(y_1-w(x_1(t),t)-r(x_1(t))\right) \\ K_{t2}\left(y_2-w(x_2(t),t)-r(x_2(t))\right) \end{bmatrix}$$
$$+C_{t1}\left(\dot{y}_1+\dot{w}(x_1(t),t)+w'(x_1(t),t)\dot{x}_1(t)-r'(x_1(t))\dot{x}_1\right.$$
$$+C_{t2}\left(\dot{y}_2+\dot{w}(x_2(t),t)+w'(x_2(t),t)\dot{x}_2(t)-r'(x_2(t))\dot{x}\right.$$

$$Y=\begin{bmatrix} y_v \\ \theta_v \\ y_1 \\ y_2 \end{bmatrix}$$

ناهمواری سطح جاده. براساس معیارهای ISO، ناهمواری سطح جاده در حوزهٔ زمان را می‌توان با استفاده از رابطهٔ (۲) شبیه‌سازی کرد:

$$r(x)=\sum_{k=1}^{N}\left(4S_d(f_0)\left(\frac{2\pi k}{L_c f_0}\right)^{-2}\frac{2\pi}{L_c}\right)^{\frac{1}{2}}\cos\left(\frac{2\pi k}{L_c}x+\theta_k\right) \qquad (۲)$$

در معادلهٔ اخیر، L_c دو برابر طول پل و f_0 فرکانس ناپیوستگی معادل با $1/2\pi\ \text{cycle/m}$ است. θ_k عددی تصادفی بین ۰ و 2π می‌باشد که دارای توزیع یکنواخت است. $S_d(f_0)$ ضریب ناهمواری با واحد m^3/cycle است. طبقه‌بندی‌های سطح جاده براساس

استاندارد ISO بر پایهٔ مقادیر ضرایب ناهمواری است. پنج کلاس سطح جاده که نمایانگر کیفیت‌های متنوع سطح جاده‌اند و عبارتند از:

خیلی‌خوب A، خوب B، متوسط C، بد D و خیلی بد E که مقادیر عددی ضریب ناهمواری متناظر با هر کدام از کلاس‌های ذکرشده در جدول (۱) ارائه شده است [13]:

جدول ۱ طبقه‌بندی ناهمواری سطح جاده

نوع	A	B	C	D	E
$S_d(f_0)$ $(cm^3/cycle)$	٦	١٦	٦٤	٢٥٦	١٠٢٤

در پژوهش حاضر مقدار متناظر $S_d(f_0)$ مربوط به سطح جادهٔ صاف، صفر فرض شده است.

استخراج معادلهٔ حرکت پل. برای المان خمشی، یک ماتریس تابع شکل مکعبی به‌صورت رابطهٔ زیر در نظر گرفته می‌شود [14]:

$$H=\begin{Bmatrix} f_1\\ f_2\\ f_3\\ f_4 \end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix} 2\frac{x^3}{l^3}-3\frac{x^2}{l^2}+1\\ \frac{x^3}{l^2}-2\frac{x^2}{l}+x\\ -2\frac{x^3}{l^3}+3\frac{x^2}{l^2}\\ \frac{x^3}{l^2}-\frac{x^2}{l} \end{Bmatrix} \tag{۳}$$

این توابع شکل نشان‌دهندهٔ تغییرات v در راستای طول المان به‌علت مقادیر واحد جابه‌جایی‌های گرهی است. این توابع شکل که از روش درون‌یابی به‌دست آمده است، به «توابع شکل مکعبی درون‌یاب هرمیتی» معروفند.

می‌توان تابع هرمیتی را با توجه به رابطهٔ (۳) به‌صورت رابطهٔ (٤) نوشت [15]:

$$H_i=\begin{Bmatrix} 2\left(\frac{x_j(t)-(i-1)l}{l}\right)^3-3\left(\frac{x_j(t)-(i-1)l}{l}\right)^2+1\\ \frac{\left(x_j(t)-(i-1)l\right)^3}{l^2}-2\frac{\left(x_j(t)-(i-1)l\right)^2}{l}+\left(x_j(t)-(i-1)l\right)\\ -2\left(\frac{x_j(t)-(i-1)l}{l}\right)^3+3\left(\frac{x_j(t)-(i-1)l}{l}\right)^2\\ \frac{\left(x_j(t)-(i-1)l\right)^3}{l^2}-\frac{\left(x_j(t)-(i-1)l\right)^2}{l} \end{Bmatrix} \tag{٤}$$

که $x_j(t)$ موقعیت jامین نیرو روی iامین المان در زمان t و l طول المان است که از رابطه $(i-1)<x_j(t)<i$ تبعیت می‌نماید. ماتریس موقعیت نیز به‌صورت رابطهٔ (٥) بیان می‌شود:

$$H_b=\begin{Bmatrix} 0 \dots 0 \dots H_1 \dots 0\\ 0 \dots H_2 \dots 0 \dots 0 \end{Bmatrix}_{N_p\times n} \tag{٥}$$

که N_p تعداد نیروهای روی سازه و n تعداد درجات آزادی سیستم است. این ماتریس با انعطاف‌پذیری که دارد می‌تواند خصوصیات روی المان را به گره‌ها انتقال دهد. لازم به توضیح است که H_1 و H_2 از رابطهٔ (٤) استخراج می‌گردند. همچنین مشتق ماتریس موقعیت نیز به‌صورت رابطهٔ (٦) در نظر گرفته می‌شود:

$$H'_b=\begin{Bmatrix} 0 & \cdots & 0 & \cdots & & \\ 0 & \cdots & \left.\frac{\partial H_2(x)}{\partial x}\right|_{x=\hat{x}_2(t)} & \dot{\hat{x}}_2(t) & & \\ & & \left.\frac{\partial H_1(x)}{\partial x}\right|_{x=\hat{x}_1(t)} & \dot{\hat{x}}_1(t) & \cdots & 0\\ & & \cdots & 0 & \cdots & 0 \end{Bmatrix}_{N_p\times n} \tag{٦}$$

سازهٔ پل به‌صورت تیر اویلر-برنولی با تکیه‌گاه‌های ساده مدل و به m المان گسسته‌سازی می‌شود. ماتریس‌های جرم و سفتی المان‌های تیر با استفاده از توابع شکل درون‌یاب هرمیتی قابل استخراج هستند. در نتیجه برای هر المان داریم [14]:

$$K_t = \frac{2EI}{l^3}\begin{bmatrix} 6 & 3l & -6 & 3l \\ 3l & 2l^2 & -3l & l^2 \\ -6 & -3l & 6 & -3l \\ 3l & l^2 & -3l & 2l^2 \end{bmatrix} \qquad (۷)$$

$$M_t = \frac{\rho l A}{420}\begin{bmatrix} 156 & 22l & 54 & -13l \\ 22l & 4l^2 & 13l & -3l^2 \\ 54 & 13l & 156 & -22l \\ -13l & -3l^2 & -22l & 4l^2 \end{bmatrix} \qquad (۸)$$

با ادغام ماتریس‌های مربوط به هر المان در یک ماتریس کلی، ماتریس جرم و سفتی برای کل سازه به‌دست می‌آید. با در نظر گرفتن میرایی ریلی برای سازهٔ پل و اعمال شرایط مرزی، معادلهٔ ارتعاشی کل تیر را می‌توان به‌صورت رابطهٔ (۹) نوشت [12]:

$$M_b\ddot{R} + C_b\dot{R} + K_bR = H_bP \qquad (۹)$$

که M_b، C_b و K_b به‌ترتیب ماتریس‌های جرم، میرایی و سفتی سازهٔ پل، و R، $\dot{R}$ و $\ddot{R}$ به‌ترتیب بردارهای جابه‌جایی، سرعت و شتاب گره‌های سازهٔ پل هستند. عبارت H_bP معادل بردار بار روی گره، ناشی از نیروی برهم‌کنشی پل-وسیلهٔ نقلیه است.

استخراج معادلهٔ حرکت پل- وسیلهٔ نقلیه. با ترکیب معادلات حرکت پل و وسیلهٔ نقلیه می‌توان معادلهٔ حرکت سیستم پل – وسیلهٔ نقلیه را به‌دست آورد. این معادله ارتعاشی را می‌توان به‌صورت رابطهٔ (۱۰) نوشت:

$$M(t)\ddot{Z} + C(t)\dot{Z} + K(t)Z = F(t) \qquad (۱۰)$$

که $M(t)$، $C(t)$ و $K(t)$ ماتریس‌های متغیر با زمان سیستم ارتعاشی پل– وسیلهٔ نقلیه‌اند و $F(t)$ بردار نیرویی است که روی سیستم اثر می‌کند. این ماتریس‌ها از روابط (۱۴-۱۱) قابل‌محاسبه‌اند:

$$M(t) = \begin{bmatrix} M_b & 0 & H_bM_{V2} \\ 0 & M_{V1} & 0 \\ 0 & 0 & M_{V2} \end{bmatrix} \qquad (۱۱)$$

$$C(t) = \begin{bmatrix} C_b & H_bC_{V21} & H_b\left(C_{V22} - C_t\right) \\ 0 & C_{V11} & C_{V12} \\ C_tH_b^T & C_{V21} & C_{V22} \end{bmatrix} \qquad (۱۲)$$

$$K(t) = \begin{bmatrix} K_b & H_bK_{V21} & H_b\left(K_{V22} - C_t\right) \\ 0 & K_{V11} & K_{V12} \\ K_tH_b^T + C_tH_b'^T & K_{V21} & K_{V22} \end{bmatrix} \qquad (۱۳)$$

$$F(t) = \begin{Bmatrix} H_bP0 \\ 0 \\ 0 \\ C_{t1}r\left(\hat{x}_1(t)\right)\dot{\hat{x}}_1(t) + K_{t1}r\left(\hat{x}_1(t)\right) \\ C_{t2}r\left(\hat{x}_2(t)\right)\dot{\hat{x}}_2(t) + K_{t2}r\left(\hat{x}_2(t)\right) \end{Bmatrix} \qquad (۱٤)$$

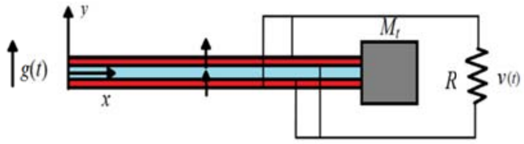
Z، $\dot{Z}$ و $\ddot{Z}$ به‌ترتیب بردارهای جابه‌جایی، سرعت و شتاب سیستم ارتعاشی پل- وسیلهٔ نقلیه‌اند که بردار جابه‌جایی به‌صورت رابطهٔ (۱۵) تعریف می‌شود:

$$Z = \begin{bmatrix} R \\ Y \end{bmatrix} \qquad (۱۵)$$

استخراج معادلهٔ مبدل پیزوالکتریک

همان‌طور که در شکل (۳) نشان داده شده است تیر یک‌سرگیردار با دو لایهٔ پیزوالکتریک، که متداول‌ترین وسیلهٔ برداشت‌کنندهٔ انرژی از ارتعاشات می‌باشد

به‌عنوان استحصال‌کنندۀ انرژی در نظر گرفته شده است. تیر مذکور از طریق الکترودهای کاملاً رسانا و با ضخامت ناچیز به یک مدار ساده متصل شده که فقط شامل یک مقاومت الکتریکی به‌عنوان مصرف‌کنندۀ توان است. در این روش اتصال پایۀ تیر به پل مورد نظر، باعث ارتعاش تیر می‌شود و کرنش دینامیکی ایجادشده در لایه‌های پیزوالکتریک منجر به تولید ولتاژ الکتریکی می‌گردد. ولتاژ تولیدی به‌وسیلۀ الکترودهایی که سطح لایۀ پیزوالکتریک را می‌پوشانند، جمع‌آوری و ذخیره می‌گردد.



شکل ۳ تیر با دو لایۀ پیزوالکتریک

برای استخراج معادلات تیر مورد نظر، حرکت عرضی تیر را می‌توان به‌صورت رابطۀ (۱۶) در نظر گرفت:

$$w(x,t)=w_{rel}(x,t)+w_b(x,t) \quad (۱۶)$$

که در آن $w_b(x,t)$ و $w_{rel}(x,t)$ به‌ترتیب جابه‌جایی پایۀ تیر و جابه‌جایی عرضی تیر نسبت به انتهای گیردار است. در این مقاله با درنظر گرفتن مدل تیر اویلر-برنولی معادلۀ حرکت تیر تحت تحریک پایه به‌صورت معادلۀ (۱۷) بیان می‌شود:

$$\begin{aligned}&-\frac{\partial^2 M(x,t)}{\partial x^2}+c_s I\frac{\partial^5 w_{rel}(x,t)}{\partial x^4\partial t}+c_a\frac{\partial w_{rel}(x,t)}{\partial t}\\&+m\frac{\partial^2 w_{rel}(x,t)}{\partial t^2}=\\&-[m+M_t\delta(x-L)]\frac{\partial^2 w_b(x,t)}{\partial t^2}\end{aligned} \quad (۱۷)$$

که در آن m جرم واحد طول تیر، c_a ضریب میرایی خارجی یا میرایی ویسکوز، c_sI ضریب میرایی سازه‌ای معادل برای سطح مقطع تیر کامپوزیتی و $M(x,t)$ ممان خمشی داخلی تیر است که می‌توان به‌صورت رابطۀ (۱۸) بیان کرد:

$$M(x,t)=b\left(\int_{-h_p-\frac{h_s}{2}}^{-\frac{h_s}{2}}T_1^p z dz+\int_{-\frac{h_s}{2}}^{\frac{h_s}{2}}T_1^s z dz+\int_{\frac{h_s}{2}}^{h_p+\frac{h_s}{2}}T_1^p z dz\right) \quad (۱۸)$$

که در آن b عرض تیر، h_p و h_s به‌ترتیب ضخامت لایۀ پیزوالکتریک و تیر است. هم‌چنین T_1^p تنش محوری در لایۀ پیزو الکتریک و T_1^s تنش محوری در تیر می‌باشد. با جاگذاری روابط تنش و در نظر گرفتن اتصال موازی لایه‌ها و انجام برخی ساده‌سازی‌ها، رابطۀ (۱۸) به رابطۀ (۱۹) تبدیل می‌شود:

$$\begin{aligned}M(x,t)=&-YI\frac{\partial^2 w_{rel}(x,t)}{\partial x^2}\\&+\vartheta\ v(t)\left(H(x)-H(x-L)\right)\end{aligned} \quad (۱۹)$$

در رابطۀ (۱۹) ϑ ترم کوپلینگ الکترومکانیکی و YI سفتی خمشی مقطع تیر کامپوزیتی است که از معادلات (۲۱ و ۲۰) به‌دست می‌آیند [16]:

$$\vartheta=\frac{Y_p d_{31} b}{h_p}\left[\left(h_p+\frac{h_s}{2}\right)^2-\frac{h_s^2}{4}\right] \quad (۲۰)$$

$$YI=\frac{2b}{3}\left[Y_s\frac{h_s^3}{8}+Y_p\left(\left(h_p+\frac{h_s}{2}\right)^3-\frac{h_s^3}{8}\right)\right] \quad (۲۱)$$

در معادلات اخیر d_{31}، Y_p و Y_s به‌ترتیب ثابت پیزوالکتریک، مدول الاستیسیته لایۀ پیزوالکتریک و مدول الاستیسیته تیر می‌باشند. در نهایت با جاگذاری رابطۀ (۱۹) در رابطۀ (۱۷) معادلۀ حرکت مکانیکی با کوپلینگ الکتریکی به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$\begin{aligned}&YI\frac{\partial^4 w_{rel}(x,t)}{\partial x^4}+c_s I\frac{\partial^5 w_{rel}(x,t)}{\partial x^4\partial t}+c_a\frac{\partial w_{rel}(x,t)}{\partial t}\\&+m\frac{\partial^2 w_{rel}(x,t)}{\partial t^2}-\vartheta\ v(t)\left[\frac{d\delta(x)}{dx}-\frac{d\delta(x-L)}{dx}\right]\\&=-[m+M_t\delta(x-L)]\frac{\partial^2 w_b(x,t)}{\partial t^2}\end{aligned} \quad (۲۲)$$

برای به‌دست آوردن معادلهٔ مدار الکتریکی با کوپلینگ مکانیکی، از روابط پیزوالکتریک به‌صورت رابطهٔ (۲۳) استفاده می‌شود.

$$D_3 = d_{31}T_1 + \varepsilon_{33}^{T}E_3 \quad (۲۳)$$

در رابطهٔ بالا D_3 جابه‌جایی الکتریکی، ε_{33}^{T} ظرفیت الکتریکی در تنش ثابت و E_3 میدان الکتریکی است. زیرنویس‌های ۱ و ۳ به‌ترتیب منطبق بر محورهای x و y است. با جایگذاری $E_3 = -\frac{v}{h_p}$ و نیز $\varepsilon_{33}^{s} = \varepsilon_{33}^{T} - d_{31}^{2}Y_p$ رابطهٔ (۲۳) به‌صورت رابطهٔ (۲٤) بازنویسی می‌شود.

$$D_3(x,t) = d_{31}Y_p s_1(x,t) - \varepsilon_{33}^{s}\frac{v(t)}{h_p} \quad (۲٤)$$

با در نظر گرفتن کرنش خمشی متوسط لایهٔ پیزوالکتریک به‌صورت رابطهٔ (۲۵) و جاگذاری آن در رابطهٔ (۲٤) و انتگرال‌گیری از آن، بار الکتریکی به‌دست می‌آید.

$$s_1(x,t) = -\left(\frac{h_p + h_c}{2}\right)\frac{\partial^2 w_{rel}(x,t)}{\partial t^2} \quad (۲۵)$$

در نهایت پس از به‌دست آوردن بار الکتریکی، مقدار ولتاژ برابر است با:

$$v(t) = R\frac{dq(t)}{dt} = -Rd_{31}Y_p b\left(\frac{h_p + h_c}{2}\right)\int_{x=0}^{L}\frac{\partial^3 w_{rel}(x,t)}{\partial x^2 \partial t} - R\frac{\varepsilon_{33}^{s}bL}{h_p}\frac{dv(t)}{dt} \quad (۲٦)$$

برای حل معادلات استخراج شده از روش جمع‌زدن مودها بر پایهٔ جداسازی متغیرها به‌صورت رابطهٔ (۲۷) استفاده می‌شود:

$$w_{rel}(x,t) = \sum_{r=1}^{\infty}\phi_r(x)\eta_r(t) \quad (۲۷)$$

در رابطهٔ بالا $\phi_r(x)$ تابع مد و $\eta_r(t)$ پاسخ زمانی است. تابع مد rام برای تیری با جرمی در انتهای آن برابر است با:

$$\phi_r(x) = C_r\left[\cos\left(\frac{\lambda_r}{L}x\right) - \cosh\left(\frac{\lambda_r}{L}x\right) + \sigma_r\left(\sin\left(\frac{\lambda_r}{L}x\right) - \sinh\left(\frac{\lambda_r}{L}x\right)\right)\right] \quad (۲۸)$$

در رابطهٔ اخیر،

$$\sigma_r = \frac{\sin\lambda_r - \sinh\lambda_r + \lambda_r\frac{M_t}{mL}(\cos\lambda_r - \cosh\lambda_r)}{\cos\lambda_r + \cosh\lambda_r - \lambda_r\frac{M_t}{mL}(\sin\lambda_r - \sinh\lambda_r)} \quad (۲۹)$$

و λ_r پارمتر بی‌بعد فرکانس طبیعی است که از معادلهٔ زیر به‌دست می‌آید:

$$\begin{aligned}&1 + \cos(\lambda_r)\cosh(\lambda_r)\\ &+\lambda_r\frac{M_t}{mL}(\cos\lambda_r\sinh\lambda_r - \sin\lambda_r\cosh\lambda_r)\\ &-\frac{\lambda_r^3 I_t}{mL^3}(\cosh\lambda_r\sin\lambda_r + \sinh\lambda_r\cos\lambda_r)\\ &+\frac{\lambda_r^4 M_t I_t}{m^2L^4}(1 - \cos\lambda_r\cosh\lambda_r) = 0\end{aligned} \quad (۳۰)$$

برای به‌دست آوردن C_r در رابطهٔ (۲۸) از خاصیت تعامد به‌صورت زیر استفاده می‌گردد:

$$\int_0^L m\phi_s(x)\phi_r(x)dx + M_t\phi_s(L)\phi_r(L) + \left[\frac{d\phi_s(x)}{dx}I_t\frac{d\phi_r(x)}{dx}\right]_{x=L} = \delta_{rs}$$

$$\int_0^L YI\phi_s(x)\frac{d^4\phi_r(x)}{dx^4}dx - \left[\phi_s(x)YI\frac{d^3\phi_r(x)}{dx^3}\right]_{x=L} + \left[\frac{d\phi_s(x)}{dx}YI\frac{d^2\phi_r(x)}{dx^2}\right]_{x=L} = \omega_r^2\delta_{rs}$$

(۳۱)

که در آن I_t ممان اینرسی جرم M_t حول سر آزاد تیر یکسرگیردار می‌باشد. δ_{rs} معرف تابع دلتای کرونکر است. هم‌چنین ω_r فرکانس طبیعی نامیرای سیستم است که از رابطهٔ زیر محاسبه می‌شود:

$$\omega_r = \lambda_r^2 \sqrt{\frac{YI}{mL^4}} \tag{۳۲}$$

با بسط پاسخ تیر براساس رابطهٔ (۲۷) و هم‌چنین استفاده از شرایط تعامد مودها، معادلات کوپل الکترومیکانیکی به‌صورت روابط (۳٤ و ۳۳) استخراج می‌شوند:

$$\frac{d^2\eta_r(t)}{dt^2} + 2\zeta_r\omega_r\frac{d\eta_r(t)}{dt} + \omega_r^2\eta_r(t) + \theta_r v(t) = -\frac{d^2g(t)}{dt^2}\left(m\int_0^L \phi_r(x)dx + M_t\phi_r(L)\right) \tag{۳۳}$$

$$C_p^{eq}\frac{dv(t)}{dt} + \frac{v(t)}{R} = \sum_{r=1}^{\infty}\theta_r\frac{d\eta_r(t)}{dt} \tag{۳٤}$$

در روابط اخیر ζ_r نسبت میرایی مودال، θ_r کوپلینگ الکترومکانیکی مودال و C_p^{eq} ظرفیت معادل الکتریکی داخلی لایه‌های پیزو الکتریک است که از معادلات زیر قابل محاسبه است:

$$\theta_r = -2e_{31}b\frac{(h_p + h_s)}{2}\left.\frac{d\phi_r}{dx}\right|_{x=L} \tag{۳٥}$$

$$C_p^{eq} = 2\varepsilon_{33}^s\frac{bL}{h_p} \tag{۳٦}$$

که در آن ε_{33} ثابت دی الکتریک و $e_{31} = Y_p d_{31}$ است.

حال با حل عددی معادلات (۳٤ و ۳۳) به‌ازای شتاب نقطهٔ وسط پل (فرض می‌شود محل نصب مبدل پیزو در نقطهٔ وسط پل درنظر گرفته شده است)، مقدار ولتاژ تولیدی به‌دست می‌آید. پس از استخراج ولتاژ، توان تولیدی از رابطه زیر به‌دست می‌آید:

$$P(t) = \frac{v^2(t)}{R} \tag{۳۷}$$

که می‌توان میانگین توان تولیدی را از رابطه بالا محاسبه نمود.

بررسی آماری مقدار توان تولیدی از مبدل پیزوالکتریک متصل به پل

برآورد به‌وسیلهٔ فاصله‌های اطمینان. فاصلهٔ اطمینان عبارت است از برآورد کران‌های خطا برای ایجاد فاصله‌ای از مقادیری که انتظار می‌رود شامل مقدار واقعی پارامتر باشد [17]. برای این منظور فرض می‌شود X_1، X_2، ...، X_n نمونه‌ای تصادفی و θ یک پارامتر نامعلوم جامعه باشد. هر فاصلهٔ اطمینان برای θ، فاصله‌ای به‌صورت (L,U) است که از روی مشاهدات نمونه‌ای X_1، X_2، ...، X_n محاسبه می‌شود، به‌طوری‌که قبل از انجام نمونه‌گیری، این فاصله شامل مقدار واقعی نامعلوم θ با احتمال زیاد و مشخصی است. این احتمال که با <<$1-\alpha$>> نشان داده می‌شود، معمولاً ۰/۹، ۰/۹٥ یا ۰/۹۹ درنظر گرفته می‌شود؛ به عبارت دیگر فرض می‌شود که <<$1-\alpha$>> مشخص باشد و (L,U) توابعی از X_1، X_2، ...، X_n باشند، به‌طوری‌که:

$$P[L < \theta < U] = 1-\alpha \tag{۳۸}$$

آن‌گاه فاصلهٔ (L,U) یک فاصلهٔ اطمینان $100(1-\alpha)\%$ برای پارامتر است، و $(1-\alpha)$ سطح اطمینان مربوط به فاصله نامیده می‌شود. برای روشن شدن این مفاهیم، فاصلهٔ اطمینانی برای میانگین μی جامعه، وقتی که حجم نمونه بزرگ است و انحراف معیار σ معلوم است، فرض می‌شود. در قسمت بعد σ نامعلوم فرض می‌شود که منجر به فرمول‌بندی واقع‌بینانه‌تری از مسئله می‌شود. حکم احتمالی دربارهٔ میانگین نمونه بر مبنای توزیع نرمال، پایه‌ای برای شرح

و بسط فاصله‌های اطمینان فراهم می‌کند. بر طبق قضیهٔ حد مرکزی، توزیع $\overline{X}$ را می‌توان با تقریب خوبی برابر $N(\mu,\sigma/\sqrt{n})$ گرفت که در آن $\sigma/\sqrt{n}$ عددی معلوم است. این توزیع تقریب خوبی برای نمونه‌گیری بزرگ از جامعه‌های غیرنرمال است، ولی وقتی که توزیع جامعه نرمال است، توزیع $\overline{X}$ به‌طور دقیق به‌ازای تمام مقادیر n برقرار است. درنتیجه احکام احتمالی برای جامعه‌های نرمال به‌طور دقیق و برای جامعه‌های غیر نرمال به‌طور تقریبی، درحالی‌که نمونه بزرگ باشد، برقرار است. به‌طور کلی وقتی که n بزرگ و σ معلوم است، فاصلهٔ اطمینان $100(1-\alpha)\%$ برای μ از رابطهٔ زیر حاصل می‌شود:

$$\left(\overline{X}-Z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\ ,\ \overline{X}+Z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) \qquad (۳۹)$$

که اصطلاحاً $Z_{\alpha/2}$ نقطهٔ $\alpha/2$ بالای توزیع نرمال استاندارد را نشان می‌دهد. یعنی مساحت سمت راست $Z_{\alpha/2}$ برابر با $\alpha/2$ است. مقادیر مذکور را می‌توان از جداول آماری پیوستی در منبع [17] به‌دست آورد.

فاصلهٔ اطمینان مبتنی بر نمونهٔ بزرگ برای μ با σ نامعلوم. حال که مفاهیم اساسی مربوط به فاصله‌های اطمینان بیان گردید، به حالت واقع‌بینانه‌تری روی آورده می‌شود که در آن انحراف معیار جامعه نامعلوم است. اگر حجم نمونه بزرگ باشد، رابطهٔ (۳۹) هم‌چنان صحیح است، ولی چون σ نامعلوم است، این فاصله را نمی‌توان از روی داده‌های نمونه محاسبه نمود و بنابراین به‌عنوان یک فاصلهٔ اطمینان قابل استفاده نمی‌باشد. درنتیجه چون n بزرگ است، جایگزینی σ به‌وسیلهٔ برآوردکنندهٔ آن، یعنی S، تأثیر قابل‌ملاحظه‌ای در حکم احتمالی نخواهد داشت. به‌طور خلاصه وقتی که n بزرگ است و σ جامعه نامعلوم است، فاصلهٔ اطمینان $100(1-\alpha)\%$ برای μ عبارت است از:

$$\left(\overline{X}-Z_{\alpha/2}\frac{s}{\sqrt{n}}\ ,\ \overline{X}+Z_{\alpha/2}\frac{s}{\sqrt{n}}\right) \qquad (۴۰)$$

که در آن S، انحراف معیار نمونه است و در مورد نوع توزیع جامعه، هیچ فرضی غیر از متناهی بودن σ لازم نیست.

شبیه‌سازی سیستم پل- خودرو

در مقالهٔ حاضر، با در نظر گرفتن نامعینی در خصوصیات مختلف خودروی عبوری از پل، پاسخ‌های سیستم ارتعاشی بااستفاده از روش عددی نیومارک-بتا و روش مونت‌کارلو استخراج می‌شود و به تبع آن مقدار ولتاژ تولیدی از مبدل پیزوالکتریک، محاسبه می‌شود. برای این منظور، داده‌های متعددی مربوط به خودروهای مختلف، از بانک اطلاعاتی نرم‌افزار CARSIM [18] استخراج شده و خودروها برحسب متغیرهایشان به سه کلاس سبک، نیمه سنگین و سنگین طبقه‌بندی شده‌اند. این متغیرها عبارتند از: جرم‌های فنربندی‌شده m_v، جرم‌های فنربندی‌نشده m_1 و m_2، گشتاور لختی I_v، مقادیر سفتی K_s و K_t و میرایی C_s و C_t مربوط به سیستم تعلیق و تایرها، و مشخصات طولی خودرو a_1، a_2 و S. بازهٔ تغییرات خصوصیات انتخابی خودروهای کلاس‌بندی شده را می‌توان در جدول (۲) ملاحظه نمود.

با در دست داشتن بازه‌های مقادیر جدول (۲)، ماتریس‌های $M(t)$ و $K(t)$ مربوط به رابطهٔ (۱۰) را می‌توان به‌دست آورد. برای به‌دست آوردن ثابت‌های میرایی ریلی، فرض شده است که نسبت دمپینگ برای تمام مودها، ۰/۲ و سه فرکانس غالب پل به‌ترتیب $f_1=1.03$، $f_2=4.75$ و $f_3=10.11$ هرتز می‌باشد که از طریق این ضرایب، میرایی ریلی مربوط به پل و به‌تبع آن ماتریس $C(t)$ نیز به‌دست می‌آید. با جاگذاری ماتریس‌های $M(t)$، $K(t)$ و $C(t)$ در رابطهٔ (۱۰)، معادلهٔ حرکت سیستم ارتعاشی پل- وسیلهٔ نقلیه

استخراج می‌شود. برای حل این معادله از روش نیومارک- بتا استفاده می‌شود که در این روش $\beta = 0.25$ و $\gamma = 0.5$ فرض می‌شود. مشخصات پل نیز به قرار زیر فرض می‌شود:

$$\rho A = 5 \times 10^3 \frac{Kg}{m}, EI = 2.5 \times 10^{10} Nm^2, l = 30 m$$

جدول ۲ خصوصیات استخراج شدهٔ خودروها از بانک اطلاعاتی نرم‌افزار CARSIM

خصوصیات / نوع خودرو		سبک	نیمه سنگین	سنگین
$m_v (kg)$	min	۶۸۰	۲۴۰۰	۶۰۰۰
	Max	۲۴۰۰	۶۰۰۰	۱۸۰۰۰
$m_1, m_2 (kg)$	min	۱۸	۹۰	۱۵۰
	Max	۹۰	۱۵۰	۱۵۰۰
$l_v (kgm^2)$	min	۵۰۰	۱۸۱۶	۲۰۰۰
	Max	۴۳۳۱	۶۰۰۰	۱۴۷۰۰۰
$S (m)$	min	۱/۲۲۳	۲/۵	۳/۵
	Max	۲/۶۶۷	۴	۸
a_1	min	۰/۴	۰/۳۵	۰/۴۵
	Max	۰/۵۵	۰/۵۲	۰/۵۵
$K_{t1} \& K_{t2} (N/m)$	min	۷۰۰۰۰	۲۳۰۰۰۰	۲۳۰۰۰۰
	Max	۳۰۵۰۰۰	۳۰۵۰۰۰	۴۶۰۰۰۰
$K_{s1} \& K_{s2} (N/m)$	min	۱۰۲۰۰	۳۴۰۰۰	۲۰۰۰۰۰
	Max	۵۵۰۰۰	۲۰۰۰۰۰	۴۳۰۰۰۰۰
$C_{t1} \& C_{t2} (Ns/m)$	min	۲۵۰	۵۰۰	۷۵۰
	Max	۳۰۰۰	۳۵۰۰	۴۵۰۰
$C_{s1} \& C_{s2} (Ns/m)$	min	۲۲۵۰	۳۰۰۰	۱۰۰۰۰
	Max	۴۰۰۰	۱۰۰۰۰	۴۰۰۰۰

در هر مرحلهٔ شبیه‌سازی، پس از حل معادلهٔ سیستم پل- خودرو به‌کمک روش نیومارک- بتا، مقدار ارتعاش وسط پل به‌عنوان تحریک پایهٔ تیر برداشت‌کنندهٔ انرژی درنظر گرفته می‌شود. با داشتن مقدار شتاب پایهٔ تیر برداشت‌کنندهٔ انرژی و به‌ازای پارامترهایی که در جدول (۳) ملاحظه می‌شود، معادلات (۳۴ و ۳۳) حل می‌گردد و مقدار ولتاژ خروجی به‌دست می‌آید. در این حل، سه مود اول تیر برداشت‌کننده درنظر گرفته شده و نسبت میرایی برای تمام مودها، ۰/۰۱ فرض شده است.

جدول۳ خصوصیات تیر برداشت‌کنندهٔ انرژی

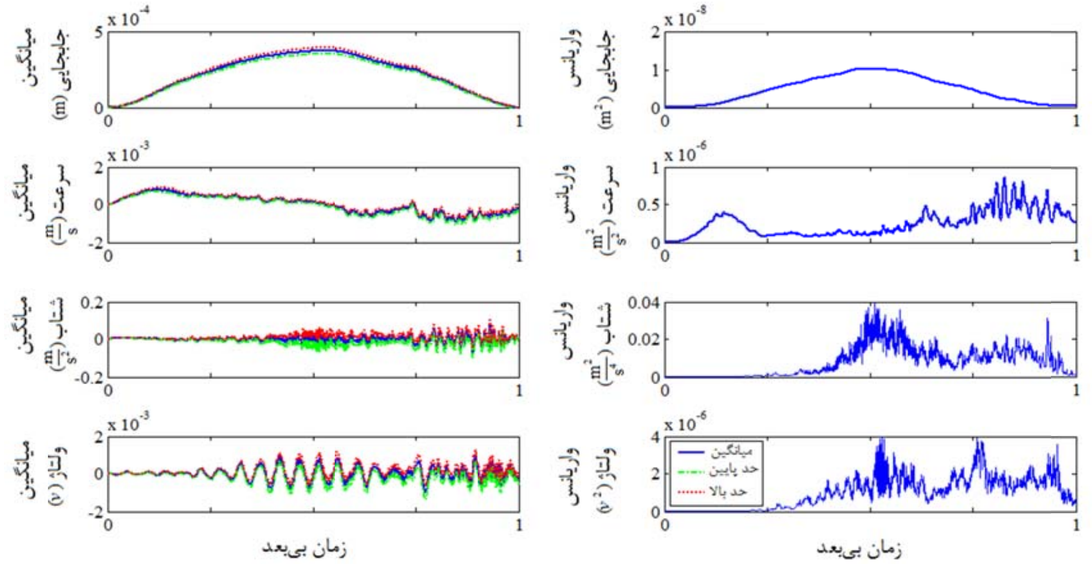
پارامترها	تیر	پیزوالکتریک
L (mm)	۶۱	۶۱
h (mm)	۰/۹۴	۰/۵
b (mm)	۳۵	۳۵
Y (Gpa)	۷۰	۶۱
$\rho (kg/m^3)$	۲۷۰۰	۷۷۵۰
M_t (kg)	۰/۰۳۱۲	-
ε_{33}^s (nF/m)	-	۱۳/۳
e_{31} (C/m^2)	-	-۱۰/۴

در ادامه با به‌کارگیری روش مونت‌کارلو و بااستفاده از روش‌های آماری که پیش از این توضیح داده شد، حد بالا و پایین برای جابه‌جایی، سرعت و شتاب نقطه محل نصب مبدل متناظر با عبور ۱۰۰ خودرو با خصوصیات اتفاقی در پنج کلاس مختلف سطح جاده خیلی بد، بد، متوسط، خوب و خیلی خوب به‌کمک کدنویسی در MATLAB به‌دست آورده می‌شود. برای این منظور فاصلهٔ اطمینان ۹۵٪ در نظر گرفته شده است. هم‌چنین با استفاده از نتایج شبیه‌سازی استخراج‌شدهٔ مذکور، مشخصات آماری ولتاژ تولیدشده توسط مبدل حاصل می‌گردد.

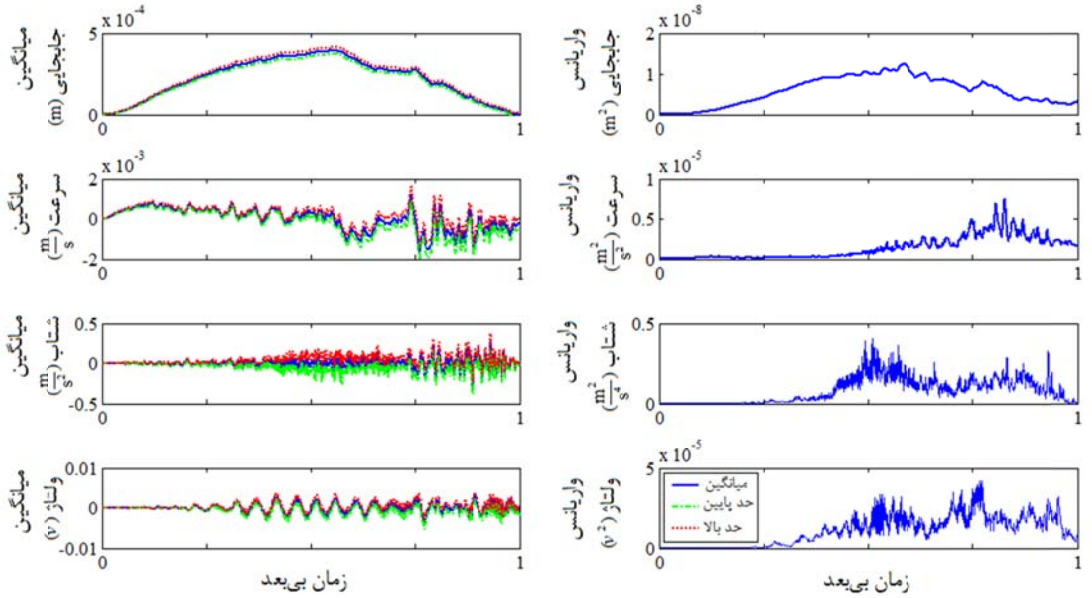
بررسی نتایج و بحث

در این قسمت نتایج شبیه‌سازی که در شکل‌های (۶-۴) نشان داده شده بر پایهٔ این فرض بنا نهاده شده است که تمامی پارامترهای تأثیرگذار روی پاسخ دینامیکی سیستم ارتعاشی و به‌تبع آن روی ولتاژ تولیدشده، از جمله نوع خودروی عبوری، جرم، سرعت، ابعاد، میرایی و درنهایت سفتی خودرو به‌صورت اتفاقی انتخاب می‌شوند. نوع خودروی

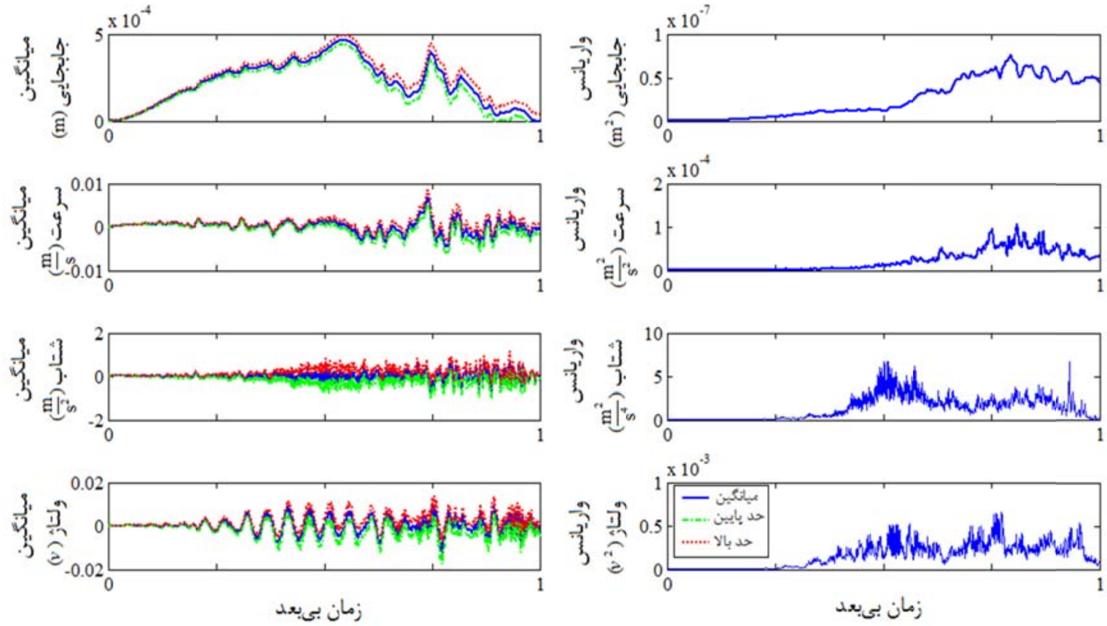
عبوری از روی پل به‌کمک تابع توزیع یکنواخت انتخاب می‌شود، بنابراین تمامی خودروها شانس برابری برای عبور از روی پل دارند. هم‌چنین پارامترهای متغیر مربوط به خودروها نیز باتوجه به بازهٔ تغییرات درج‌شده در جدول (۲) به‌کمک تابع توزیع نرمال اختیار می‌شوند. محور افقی در شکل‌های مذکور مربوط به زمان نرمال‌شده می‌باشد که در این حالت زمان ورود تا خروج هر خودرو برابر ۱ واحد در نظر گرفته می‌شود. لازم به توضیح است که نتایج نشان داده شده در شکل‌های مذکور، نمونه‌ای از نتایج کلی شبیه‌سازی برای کلیهٔ سطوح جاده می‌باشد.



شکل ٤ نتایج آماری مرتبط با پاسخ‌های دینامیکی نقطهٔ وسط پل و ولتاژ تولیدی مربوط به جاده با سطح خیلی خوب



شکل ۵ نتایج آماری مرتبط با پاسخ‌های دینامیکی نقطهٔ وسط پل و ولتاژ تولیدی مربوط به جاده با سطح متوسط



شکل ٦ نتایج آماری مرتبط با پاسخ‌های دینامیکی نقطهٔ وسط پل و ولتاژ تولیدی مربوط به جاده با سطح خیلی بد

با دقت در شکل‌های (٦-٤) می‌توان نتیجه گرفت که افزایش ناهمواری جاده سبب افزایش شتاب محل نصب مبدل پیزوالکتریک می‌شود. در اثر افزایش شتاب تحریک، مقدار میانگین ولتاژ تولیدشده نیز افزایش می‌یابد، ولی باتوجه به نمودارهای واریانس، با افزایش ناهمواری جاده، مقدار واریانس ولتاژ نیز افزایش پیدا می‌کند که این امر سبب می‌شود قابلیت اطمینان مقدار ولتاژ تولیدشده کاهش یابد. به‌علاوه نتایج مربوط به میانگین مقدار توان تولیدشده و حدود بالا و پایین متناظر در هر یک از ٥ نوع سطح جاده در جدول (٤) آورده شده است. همان‌طور که در این جدول مشاهده می‌شود، افزایش ناهمواری سطح جاده، سبب افزایش مقدار توان متوسط تولیدشده از برداشت‌کنندهٔ انرژی متصل به پل می‌شود و در عین حال باتوجه به حدود بالا و پایین، سبب کاهش قابلیت اطمینان توان خروجی می‌گردد.

جدول ٤ مقادیر آماری میانگین توان تولیدشده برحسب نانووات به‌ازای کیفیت سطوح مختلف سطح جاده

نوع کیفت سطح جاده	حد پایین	میانگین	حد بالا	فاصله حدود بالا و پایین
A	۰/۸۷	۱/۱۰	۱/۳۲	۰/٤٥
B	۲/۱۹	۲/۷۷	۳/۳٦	۱/۱۷
C	۹/۷۲	۱۲/۰۷	١٤/٤١	٤/٦۹
D	۳٦/۲٦	٤٥/۷۲	٥٥/۱۸	۱۸/۹۲
E	۱۳٤/٥۰	۱۷۱	۲۰۷/٥۰	۷۳

لازم به توضیح است نتایج به‌دست آمده در مرجع [8] نشان می‌دهد برای عبور یک خودرو بدون درنظر گرفتن نامعینی‌های موجود در آن، با افزایش ناهمواری‌ها میانگین توان تولیدی توسط مبدل پیزوالکتریک افزایش می‌یابد، ولی نتایج پژوهش اخیر نشان داد که با ارائهٔ مدل واقع‌بینانه‌تر، یعنی در نظر

گرفتن تمامی نامعینی‌های خودروی عبوری، هرچند افزایش ناهمواری سطح جاده سبب افزایش مقدار میانگین توان تولیدشده از برداشت‌کنندهٔ انرژی متصل به پل می‌شود، ولی در عین‌حال باتوجه به حدود بالا و پایین، قابلیت اطمینان توان تولیدی نیز کاهش می‌یابد.

نتیجه‌گیری

در این مقاله با در نظر گرفتن تمامی نامعینی‌های ممکن در سیستم دینامیکی پل- وسیلهٔ نقلیه و با استفاده از شبیه‌سازی مونت‌کارلو، مقادیر آماری توان تولیدشده توسط برداشت‌کنندهٔ انرژی متصل به نقطهٔ وسط سازهٔ پل محاسبه شده است. به‌همین منظور با استفاده از نرم‌افزار CARSIM، تعریف نامعینی‌های کاملی از وسایل نقلیهٔ عبوری از پل طوری انجام گرفته که شرایط واقعی‌تری قابل شبیه‌سازی باشد. تمامی نامعینی‌ها با استفاده از تابع توزیع گاوسی و با مقادیر میانگین و واریانس استخراج‌شده از نرم‌افزار CARSIM تولیدشده است. با استفاده از مدل‌سازی المان محدود پل و معادلات اندر کنش پل-وسیلهٔ نقلیه، روش نیومارک-بتا برای شبیه‌سازی پاسخ دینامیکی با کدنویسی در MATLAB به‌کار گرفته شده است و به‌طور هم‌زمان با وارد کردن شتاب نقطهٔ میانی پل به‌عنوان تحریک پایهٔ مبدل، مقدار ولتاژ تولیدی استخراج شده است. سپس پارامترهای آماری از قبیل میانگین و واریانس خیز، سرعت، شتاب و ولتاژ تولیدشده توسط مبدل استخراج گردیده است. از مهم‌ترین نتایج حاصل می‌توان به‌دست آوردن حد بالا و حد پایین برای مقادیر میانگین خیز، سرعت و شتاب و درنتیجه استخراج حد بالا و حد پایین برای توان تولیدشده توسط مبدل اشاره کرد. آگاهی از فاصلهٔ حدود این مقادیر و استخراج داده‌های مورد نظر از این نمودارها برای بررسی قابلیت اطمینان تأمین انرژی سیستم‌های سلامت‌سنجی پل از اهمیت فوق‌العاده‌ای برخوردار است. یکی دیگر از نتایج مهم این است که هر چند با افزایش ناهمواری سطح جاده مقدار توان تولیدی از مبدل افزایش می‌یابد ولی قابلیت اطمینان توان تولیدشده نیز کاهش پیدا می‌کند.

مراجع

1. Nagayama, T., Jung, H.J., Spencer, B.F., Jang, S., Mechi-tov, K., Cho, S. and Y. Fujino, "International collaboration to develop a structural health monitoring system utilizing wireless smart sensor network and its deployment on a cable-stayed bridge", *5th World Conference on Structural Control and Monitoring*, pp. 1-10, (2010).
2. Park, J.W., Jung, H.J., Jo, H., Jang and Billie, F. and Spencer, J.r., "Feasibility study of wind generator for smart wireless sensor node in cable-stayed bridge", SPIE Smart Structures and Materials+ Nondestructive Evaluation and Health Monitoring, International Society for Optics and Photonics, 764747, (2010).
3. Farinholt, K.M., Miller, N., Sifuentes, W., MacDonald, J., Park, G., Farrar, C.R., "Energy harvesting and wireless energy transmission for embedded SHM sensor nodes", Structural Health Monitoring, Vol. 9, pp. 269–280, (2010).

4. Williams, C. B., Pavic, A., Crouch, R. S., and Woods, R. C., "Feasibility study of vibration-electric generator for bridge vibration sensors", Society for Experimental Mechanics, Inc, *16th International Modal Analysis Conference*, Vol. 2, pp. 1111-1117, (1998).
5. Erturk, A, "Piezoelectric energy harvesting for civil infrastructure system applications: Moving loads and surface strain fluctuations", *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, Vol. 22, pp. 1959-1973, (2011).
6. Kim, S.H., Ahn, J.H., Chung, H.M. and Hyung-Won Kang, "Analysis of piezoelectric effects on various loading conditions for energy harvesting in a bridge system", *Sensors and Actuators A: Physical*, Vol. 167, pp. 468-483, (2011).
7. Ali, S. F., Friswell, M. I., and Adhikari, S., "Analysis of energy harvesters for highway bridges", *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, Vol. 22, pp. 1929-1938, (2011).
8. Zhang, Ye, Steve CS Cai and Lu Deng. "Piezoelectric-based energy harvesting in bridge systems", *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, Vol. 25, pp. 1414-1428, (2013).
9. Cahill, P., Nuallain, N. A. N., Jackson, N., Mathewson, A., Karoumi, R. and Pakrashi, V., "Energy Harvesting from Train-Induced Response in Bridges", Journal of Bridge *Engineering*, Vol. 19, 04014034, (2014).
10. Davidson, J. and Mo, C., "Recent Advances in Energy Harvesting Technologies for Structural Health Monitoring Applications", *Smart Materials Research*, Vol. 2014, pp. 1-14, (2014).
11. ISO 8606:1995(E), Mechanical vibration – road surface profiles – reporting of measured data, (1995).
12. Law, S. S., Bu, J. Q., Zhu, X. Q., and Chan, S. L., "Vehicle axle loads identification using finite element method", Engineering Structures, Vol. 26, pp. 1143-1153, (2004).
13. Henchi, K., Fafard, M., Talbot, M., and Dhatt, G., "An efficient algorithm for dynamic analysis of bridges under moving vehicles using a coupled modal and physical components approach", Journal of Sound Vibration, Vol. 212, pp. 663–83, (1998).
14. W. Weaver, P. R. Johnstone, "*Structural Dynamics by Finite Elements*", Prentice-Hall, Inc., New Jersey, (1987).
15. Wu, S.Q. and Law., S.S. "Vehicle axle load identification on bridge deck with irregular road surface profile", *Engineering Structures*, Vol. 33, pp. 591–601, (2011).
16. Erturk, Alper and Daniel J. Inman, "*Piezoelectric energy harvesting*", Wiley, Chichester, UK, (2011).
17. Bhattacharyya, G.K. and Richard, A. "*Statistical Concepts and Methods*", Johnson John Wiley and Sons, New York, (1977).
18. CARSIM Software, Version 8.2, Mechanical Simulation Corporation, 755 Phoenix Drive, Ann Arbor MI, 48108, USA, (2013).